تمرين 1

يعبـــر عن إحداثيات متجهة الموضع $\overrightarrow{OM}$ لنقطة M من جســـم صلب خلال حركته في معلم $(O\vec{i}\vec{j}\vec{k})$ متعامد وممنظم كالتالي:

$$\begin{cases} x = 4t + 1\,(m) \\ y = t^2 + 1\,(m) \\ z = 2 \quad (m) \end{cases}$$ و t ب (s)

1- حدد إحداثيات متجهة السرعة $\vec{V}_M$ في نفس المعلم واحسب قيمتها عند اللحظة $t=5s$.

2- عين إحداثيات متجهة التسارع $\vec{a}$ في نفس المعلم واحسب قيمتها.

الحـل

1- تحديد احداثيات $\vec{V}_M$:

نعلم أن: $\vec{V}_M = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نكتب: $\vec{V}_M = \dfrac{dx}{t}\vec{i} + \dfrac{dy}{dt}\vec{j} + \dfrac{dz}{dt}\vec{k}$

بحيث:

$$\begin{cases} V_x = \dfrac{dx}{dt} = 4 \\ V_y = \dfrac{dy}{dt} = 2t \\ V_3 = \dfrac{dz}{dt} = 0 \end{cases}$$

ومنه: $\vec{V}_M = 4\vec{i} + 2t\vec{j}$

حساب $\|\vec{V}_M\|$ عند $t=5s$

نعلم أن: $\|\vec{V}_M\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$

$= \sqrt{(4)^2 + (2.5)^2 + 0^2}$

$\|\vec{V}_M\| = 10,77m/s$

2- تعيين احداثيات $\vec{a}$:

نعلم أن: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{V}}{dt}$

في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نكتب: $\vec{a} = \dfrac{dV_x}{dt}\vec{i} + \dfrac{dV_y}{dt}\vec{j} + \dfrac{dV_z}{dt}\vec{k}$

بحيث:

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dV_y}{dt} = 2 \\ a_z = \dfrac{dV_z}{dt} = 0 \end{cases}$$

ومنه: $\vec{a} = 2\vec{j}$

قيمة التسارع عند $t=5s$ هي: $\|\vec{a}\| = 2m.s^{-2}$

تمرين 2

تمثل الوثيقة أسفله بالسلم الحقيقي تسجيل مواضع نقطة M من جسم صلب في حركة، حيث المدة الزمنية التي تفصل بين نقطتين متتاليتين $\tau = 50ms$. نختار M_0 أصلا لمعلم الفضاء $(O\vec{i})$ ولحظة مرور الجسم الصلب من الموضع M_1 أصلا للتواريخ.

منحى الحركة ⟶

M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
0	3cm	5,2cm	7cm	8,5cm	9,5	10

1- احسب سرعة النقطة M في الموضعين M_1 و M_3.

2- مثل، مستعملا سلما مناسبا، السرعة $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_3$.

3- مثل في نفس التسجيل $\vec{V_3}-\vec{V_1}$ في الموضع M_2.
4- عين قيمة a_2 تسارع M في الموضع M_2 ومثلها بسلم مناسب.
5- اكتب المعادلة الزمنية لحركة النقطة M.
6- علل هل حركة النقطة متباطئة أم متسارعة؟

الحـل

1- حساب السرعتين v_1 و v_3 في الموضعين M_1 و M_3:

نعلم أن:

$$v_1=\frac{M_0M_2}{2\tau}$$

$$v_1=\frac{5,2.10^{-2}}{2.50.10^{-3}}=0,52m/s$$

و

$$v_3=\frac{M_2M_4}{2\tau}$$

$$v_3=\frac{3,3.10^{-2}}{2.50.10^{-3}}=0,32m/s$$

2- تمثيل $\vec{v_1}$ و $\vec{v_3}$:

للمتجهتين $\vec{v_1}$ و $\vec{v_3}$ نفس الاتجاه (المسار المستقيمي) ونفس المنحى (منحى الحركة).

سلم التمثيل

$0,2m/s \longleftrightarrow 1cm$

$\vec{v_1} \longleftrightarrow 2,6cm$

$\vec{v_3} \longleftrightarrow 1,6cm$

3- تمثيل $\vec{v_3}-\vec{v_1}$:

باعتماد نفس السلم السابق نمثل حاصل المتجهتين

4- تعيين قيمة a_2:

نعلم أن:

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

إذن:

$$a_2=\frac{\|\vec{V_3}-\vec{V_1}\|}{2\tau}$$

$$a_2=\frac{0,32-0,52}{2.50.10^{3}}=-2m/s^2$$

ل $\vec{a_2}$ نفس اتجاه ونفس منحى $(\vec{V_3}-\vec{V_1})$

سلم التمثيل:

$2m/s^2 \rightarrow 1cm$

$\vec{a_2} \longleftrightarrow 1cm$

5- المعادلة الزمنية لحركة النقطة M:

حركة النقطة M مستقيمية متغيرة بانتظام، وبالتالي معادلتها الزمنية تكتب:

$$x(t)=\frac{1}{2}a\,t^2+V_0t+x_0$$

باعتبار أصل معلم الفضاء وأصل التواريخ فإن:

$x_0=3cm=0,03m$

و

$V_0=V_1=0,52m.s^{-1}$

إذن:

$$x=\frac{1}{2}(-2)t^2+0,52t+0,03$$

$$x=-t^2+0,52t+0,03\ (m)$$

6- طبيعة الحركة:

عند النقطة الموضع M_2 لدينا:

$$\vec{a_2}.\vec{V_2}=\|\vec{a_2}\|\|\vec{V_2}\|\cos(\pi)=-a_2V_2<0$$

وبالتالي الحركة متباطئة.

تمرين 3

ندرس حركة رصاصة نمثلها بنقطة مادية في معلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

إحداثيات هذه الرصاصة عند لحظة t هي: $(x=30t;y=5t^2;z=0)$ حيث t ب s و x و y و z ب m

1.1- حدد موضع الرصاصة عند كل من اللحظات: $t_0=0$ و $t_1=1s$ و $t_2=4s$



2.1- بين أن الحركة مستوية وحدد طبيعة مسارها.

1.2- عبر عن احداثيات متجهة السرعة $\vec{V}(t)$ عند اللحظة t.

2.2- استنتج $V(t)$ منظم السرعة عند اللحظة t. احسب V عند اللحظات $t=0$ و $t=4s$

3- احسب منظم التسارع a.

الحل

1.1- موضع المتحرك:

$t_0 = 0: M_0\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $\quad t_1 = 1s: M_1\begin{pmatrix}30m\\5m\end{pmatrix}$

$t_2 = 4s: M_2\begin{pmatrix}120m\\80m\end{pmatrix}$

2.1- مسار الحركة:

لدينا: $x=30t$ ، $y=5t^2$ ، $z=0$

إذن: $z=0$ أياً كان t، وبالتالي تكون الحركة مستوية في المستوى $(O,\vec{i},\vec{j})$

بحيث: $x = 30t$

إذن: $t = \dfrac{x}{30}$

ومنه: $y = \dfrac{5x^2}{900} = 5,55.10^{-3}.x^2$

وهي معادلة شلجم في المستوى $(O,\vec{i},\vec{j})$

1.2- إحداثيات $\vec{V}(t)$:

$$\vec{V}(t)\begin{vmatrix}\dot{x} = 30\\ \dot{y} = 10t\end{vmatrix}$$

2.2- المنظم $V(t)$:

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{30^2 + (10t)^2} = 10\sqrt{9 + t^2}$$

عند $t_0=0$: $V_0=30m/s$

عند $t_2=4s$: $V_2=50m/s$

3- حساب a:

$$\vec{a}\begin{vmatrix}\ddot{x} = 0\\ \ddot{y} = 10\end{vmatrix} \qquad a=10m.s^{-2}$$

تمرين 4

المعادلتان الزمنيتان لحركة نقطة G في معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ هي:

$$\begin{cases}x = 2,5t\\ y = 5(t^2 + t)\end{cases}$$

حيث x و y ب m و t ب s

1- حدد موضع المتحرك عند اللحظتين $t_0=0$ و $t_1=1s$

2- أوجد معادلة المسار $y=f(x)$ لهذه الحركة في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. ما طبيعة الحركة؟

3- حدد عند اللحظة t، إحداثيات متجهة السرعة $\vec{V}_G$ لهذه الحركة، ثم احسب قيمة هذه السرعة عند اللحظتين $t=0$ و $t=1s$.

4- هل الحركة متسارعة متباطئة أم منتظمة؟ علل جوابك.

الحل

1- موضع المتحرك:

عند $t=0$: $x=0$ و $y=0$ إذن $G_0\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

عند $t_1=1s$: $x=2,5m$ و $y=10m$ $\quad G_1\begin{pmatrix}2,5m\\10m\end{pmatrix}$

2- معادلة المسار:

من المعادلة $x=2,5t$ لدينا: $t = \dfrac{x}{2,5}$ بتعويض t في المعادلة الثانية نجد:

$$y = 5\left(\frac{x^2}{(2,5)^2} + \frac{x}{2,5}\right) = 0,8x^2 + 2x$$

الحركة وهي معادلة شلجم إذن المسار شلجمي في المستوى (O,x,y) وبالتالي تكون الحركة شلجمية.

3- إحداثيات السرعة:

$$\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = \dfrac{dx}{dt} = 2,5m/s \\ V_y = \dfrac{dy}{dt} = 10t + 5 \end{vmatrix}$$

نستعمل العلاقة: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$

عند $t=0$:

$$\vec{V}_0\begin{vmatrix} 2,5 \\ 5 \end{vmatrix}$$

$$V = \sqrt{31} \simeq 5,59m/s$$

عند $t_1=1s$:

$$\vec{V}_1\begin{vmatrix} 2,5 \\ 15 \end{vmatrix}$$

$$V_1 = \sqrt{231,25} = 15,20m/s$$

4- طبيعة الحركة:

لدينا: $\vec{a}\begin{vmatrix} 0 \\ 10 \end{vmatrix}$ و $\vec{V}\begin{vmatrix} 2,5 \\ 10t + 5 \end{vmatrix}$

إذن:

$$\vec{a}.\vec{V} = 10(10t + 5)$$
$$\vec{a}.\vec{V} = 100t + 50 > 0$$

الحركة إذن متسارعة أياً كانت قيمة t.

تمرين 5

تتحرك نقطة مادية في المستوى $(O,\vec{i},\vec{j})$ وتمر عند اللحظة ذات التاريخ ($t=0$) من الموضع $M_0\begin{pmatrix} -2m \\ 0 \end{pmatrix}$.

لهذه النقطة عند كل لحظة سرعة $\vec{V}$ بحيث: $V_x=4m/s$ و $V_y=-3m/s$

1- اكتب المعادلتين الزمنيتين لهذه الحركة.

2- استنتج طبيعة مسارها في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3- احسب السرعة V. ماذا تستنتج؟

الحـل

1- المعادلتان الزمنيتان:

لدينا بالنسبة للحركة المستوية في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

$$\vec{V}\begin{pmatrix} V_x = \dfrac{dx}{dt} \\ V_y = \dfrac{dy}{dt} \end{pmatrix}$$

وحيث $V_x=4$ و $V_y=-3$ أياً كانت t:

$x=4t+c$ و $y=-3t+c'$

وباعتبار أن: $x_0=-2$ و $y_0=0$ (عند $t=0$)، نجد:

$c=-2$ و $c'=0$

وبالتالي: $x=4t-2$ (1) و $y=-3t$ (2)

2- طبيعة المسار:

لدينا من المعادلة (1):

$$t = \frac{x+2}{4}$$

أي:

$$t = \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$$

وباستعمال المعادلة (2) نكتب: $y=-3t$

$$y = -3\left(\frac{x}{4} + \frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$$

المسار مستقيمي وبالتالي فالحركة مستقيمية في المستوى $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3- حساب V:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5m/s$$

نستنتج أن V ثابتة وبالتالي فالحركة مستقيمية منتظمة.

تمرين 6

تخضع نقطة مادية كتلتها $m=800g$ لقوة ثابتة $\vec{F}$، يعبر عنها في معلم $(O\vec{i}\vec{j})$ متعامد وممنظم كالتالي:

$$\vec{F} = 1,6\vec{i} - 4\vec{j}\,(N)$$

تمثل $\vec{F}$ المجموع المتجهي لجميع القوى الخارجية المطبقة على النقطة المادية.

1- عين إحداثيات متجهة تسارع الحركة.

2- حدد إحداثيات متجهة السرعة $\vec{V}$ عند لحظة t علما أن السرعة البدئية هي: $\vec{V}_0 = 4\vec{i} - 2\vec{j}\,(m/s)$

3- عين إحداثيات النقطة المادية بحيث عند $t=0$ فإن $x_0=0$ و $y_0=0$.

4- أوجد معادلة وطبيعة المسار.



الحل

1- تحديد إحداثيات $\vec{a}$:

المجموعة المدروسة: {النقطة المادية} .

الجسم المرجعي: المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ المرتبط بالأرض.

جرد القوى: $\vec{F}$.

حسب القانون II لنيوتن نكتب: $\sum\vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{F} = m\vec{a}$

في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ نكتب:

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \end{cases}$$

إذن:

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{F_x}{m} \\ a_y = \dfrac{F_y}{m} \end{cases}$$

ت ع :

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{1,6}{0,8} = 2m/s^2 \\ a_y = \dfrac{4}{0,8} = -\ 5m/s^2 \end{cases}$$

2- تعيين احداثيات متجهة السرعة :

نعلم أن:

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{dVx}{dt} = 2 \\ a_y = \dfrac{dVy}{dt} = -\ 5 \end{cases}$$

باستعمال التكامل والشروط البدئية نحصل على:

$$\begin{cases} V_x = 2t + 4 \\ V_y = -\ 5t - 2 \end{cases} \quad \text{مع} \quad \begin{matrix} Vox = 4m/s \\ Voy = -\ 2m/s \end{matrix}$$

3- احداثيات النقطة المادية :

نعلم أن:

$$\begin{cases} Vx = \dfrac{dx}{dt} = 2t + 4 \\ Vy = \dfrac{dy}{dt} = -\ 5t - 2 \end{cases}$$

باستعمال التكامل نحصل على:

$$\begin{cases} x = t^2 + 4t + x_0 \\ y = -\ \dfrac{5}{2}t^2 - 2t + y_0 \end{cases}$$ بحيث $x_0=0$ و $y_0=0$

إذن:

$$\begin{cases} x = t^2 + 4t \\ y = -\ \dfrac{5}{2}t^2 - 2t \end{cases}$$

4- معادلة وطبيعة المسار :

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن من المعادلتين.

لدينا: $x=t^2+4t$ و $y = -\ \dfrac{5}{2}(t^2 + 4t)$

إذن: $y = -\ \dfrac{5}{2}x$

وبالتالي المسار عبارة عن مستقيم معادلته: $y = -\ \dfrac{5}{2}x$

تمرين 7

نعتبر جسما (S) كتلته $m=500g$ في إزاحة فوق مستوى أفقي، ونقبل أن متجهة القوة التي يطبقها المستوى (π) على الجسم (S) تكون زاوية φ ثابتة مع المنظمي على المستوى كيفما كانت سرعة الجسم (S). نأخذ $g=10m/s^2$.

نرسل الجسم (S) من نقطة A نعتبرها أصلا لمعلم الفضاء $(O\vec{i}\,\vec{j})$ بسرعة $V_0=1,8m/s$ عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ. فنلاحظ أن حركته إزاحة مستقيمية متغيرة بانتظام حيث يتوقف عند النقطة B التي تبعد عن A بالمسافة d عند اللحظة $t=1s$.

1- عين مميزات متجهة التسارع $\vec{a}$ للجسم (S).

2- عين المسافة d الفاصلة بين A و B.

3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن $R = m\sqrt{g^2 + a^2}$

4- احسب R واستنتج قيمة φ زاوية الاحتكاك.

5- احسب بطريقتين مختلفتين $W_{A\to B}(\vec{R})$ شغل القوة $\vec{R}$ أثناء الانتقال AB.



الحل

1– مميزات $\vec{a}$:

بما أن الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام، نكتب:

$V=a_x t+V_0$

عند النقطة B فإن $V_B=0$ و $t=1s$، ومنه نستنتج أن:

$$a_x=-\frac{V_0}{t}$$

ت ع:

$$a_x=-1,8m/s^2$$

وبالتالي:

$$\vec{a}=-1,8\vec{i}$$

مميزات $\vec{a}$ هي:

- الاتجاه: المستقيم المطابق للمسار المستقيمي
- المنحى: عكس منحى $\vec{i}$
- المنظم: $a=|a_x|=1,8m.s^{-2}$

2– تعيين d:

المعادلة الزمنية للحركة هي: $x=\frac{1}{2}a_x t^2+V_0 t+x_0$

عند النقطة A: $x_A=x_0=0$

عند النقطة B :

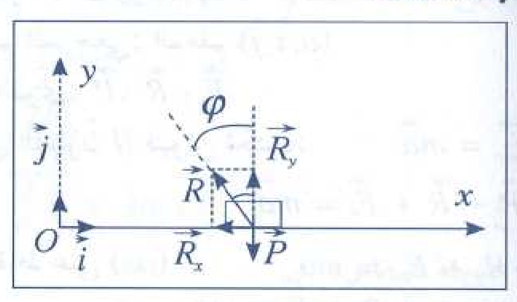
$$x_B=\frac{1}{2}(-1,8)(1)^2+1,8.1+0$$

$$x_B=0,9m$$

إذن: $d=x_B-x_A=0,9m$

$d=90cm$

3– إثبات العلاقة:



المجموعة المدروسة: {الجسم (S)}

الجسم المرجعي: المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

جرد القوى: $\vec{P}$ و $\vec{R}$

نطبق القانون II لنيوتن: $\sum\vec{F}_{ext}=\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

نسقط العلاقة في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$:

$$P_x+R_x=ma_x$$
$$0+R_x=ma_x$$
$$P_y+R_y=ma_y$$
$$-p+R_y=0$$

إذن: $R_y=mg$

ونعلم أن: $R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}$

إذن: $R=\sqrt{(ma)^2+(mg)^2}=m\sqrt{a^2+g^2}$

4– حساب R واستنتاج φ :

لدينا: $R=m\sqrt{a^2+g^2}$

ت ع: $R=0,5\sqrt{(1,8)^2+(10)^2}$

$R\approx 5,1N$

ونعلم أن: $\tan\varphi=\frac{|R_x|}{|R_y|}=\frac{\not{m}a}{\not{m}g}$

ت.ع: $\tan\varphi=\frac{1,8}{10}=0,18$

$\varphi\approx 10,2^o$

5– حساب $\underset{A\to B}{W}(\vec{R})$:

– الطريقة الأولى:

نعلم أن: $\underset{A\to B}{W}(\vec{R})=\vec{R}.\vec{AB}=R.AB\cos(\vec{R},\vec{AB})$

$=5,1.0,9.\cos(90+10,2)$

$\underset{A\to B}{W}(\vec{R})\simeq -0,81J$

– الطريقة الثانية:

حسب مبرهنة الطاقة الحركية نكتب:

$$E_C(B)-E_C(A)=\underset{A\to B}{W}(\vec{P})+\underset{A\to B}{W}(\vec{R})$$

$$0-\frac{1}{2}mV_0^2=\underset{A\to B}{W}(\vec{R})$$

$$\underset{A\to B}{W}(\vec{R})=-\frac{1}{2}.0,5(1,8)^2=-0,81J$$

تمرين 8

يتحرك جسم صلب (S) كتلته $m=1kg$ على سطح أفقي بدون احتكاك.

1– مكنت الدراسة التجريبية لحركة مركز قصوره من الحصول على مخطط السرعة (الشكل 1).

1.1– ما طبيعة حركة G مركز قصور الجسم (S)؟

2.1– أوجد المعادلة الزمنية $x=f(t)$ علما أن أفصول المتحرك عند أصل التواريخ هو $12,5m$.



2- يخضع الجسم (S) أثناء حركته لقوة $\vec{F_1}$ ثابتة اتجاهها مواز للسطح الأفقي (الشكل 2).

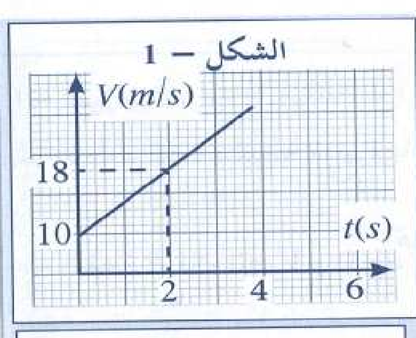
بتطبيق قانون نيوتن II أوجد تعبير $\vec{F_1}$ واحسب شدتها.

3- يرتقي الجسم (S) مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي تحت تأثير قوة $F_2=10N$ اتجاهها مواز للمستوى المائل.

1.3- أوجد تعبير a_2 تسارع مركز قصور الجسم (S). ما طبيعة الحركة؟

2.3- عين شدة القوة $\vec{R_2}$ التي يطبقها سطح التماس على الجسم (S).

نعطي $g=10N.kg^{-1}$.



الحل

1.1- طبيعة حركة G:

يبرز مخطط السرعة أن السرعة دالة تآلفية للزمن،

أي إن: $V = a_x t + V_0$

إذن: $a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{18-10}{2-0} = 4m/s^2$

ومنه فإن: $a_x = c^{te}$. إذن الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام.

2.1- المعادلة الزمنية:

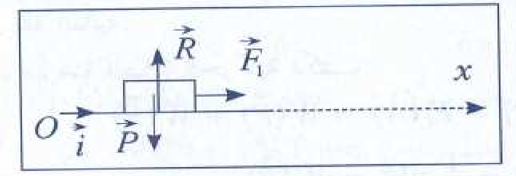
بما أن حركة مركز القصور G مستقيمية متغيرة بانتظام،

فإن معادلتها الزمنية تكتب: $x = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_0 t + x_0$

مع: $a_x = 4m.s^{-2}$ و $v_0=10m/s$ و $x_0=12,5m$

إذن: $x=2t^2+10t+12,5(m)$

2- تعبير F_1:



المجموعة المدروسة: {الجسم S} الجسم المرجعي:

المعلم $(O\vec{i})$

جرد القوى: $\vec{P}$، $\vec{R}$ و $\vec{F_1}$

نطبق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F_1} = m\vec{a}$

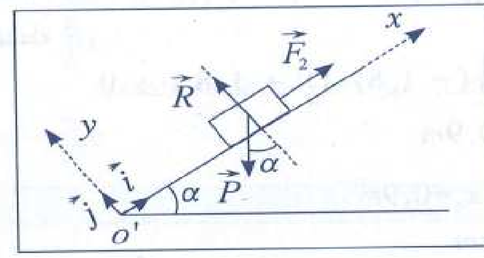
$P_x + R_x + F_{1x} = ma_x$

$0 + 0 + F_1 = ma_x$

ومنه: $F_1 = m.a_x$

ت ع: $F_1=1.4=4N$

1.3- تعبير a_2:



المجموعة المدروسة {الجسم S}

الجسم المرجعي: المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

جرد القوى: $\vec{P}$، $\vec{R}$ و $\vec{F_2}$

بتطبيق القانون II لنيوتن نكتب: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$(1)\ \vec{P} + \vec{R} + \vec{F_2} = m\vec{a_2}$$

بالإسقاط على (ox): $P_x + R_x + F_{2x} = ma_{2x}$

$-mg\sin\alpha + 0 + F_2 = ma_{2x}$

إذن: $a_{2x} = \frac{F_2}{m} - g\sin\alpha$

ت ع: $a_{2x} = \frac{10}{1} - 10.0,5 = 5m/s^2$

بحيث $a_2=c^{te}$. إذن الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام.

2.3- تعيين شدة القوة $\vec{R_2}$:

بإسقاط العلاقة (1) على المحور (oy) نحصل على:

$P_y+R_{2y}+F_{2y}=ma_{2y}=0$



$-mg\cos\alpha + R_2 + 0 = 0$

$R_2 = mg\cos\alpha$

ت ع:

$R_2 = 1.10.0,86$

$R_2 = 8,6N$

تمرين 9

يمثل الشكل أسفله سكة مائلة بزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي.

نرسل جسما صلبا (S) من نقطة A فينزلق فوق السكة بطاقة حركية ثابتة $E_c = 4J$.

1- حدد طبيعة حركة مركز قصور الجسم (S).

2- احسب سرعتها.

3- بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين أن التماس يتم باحتكاك.

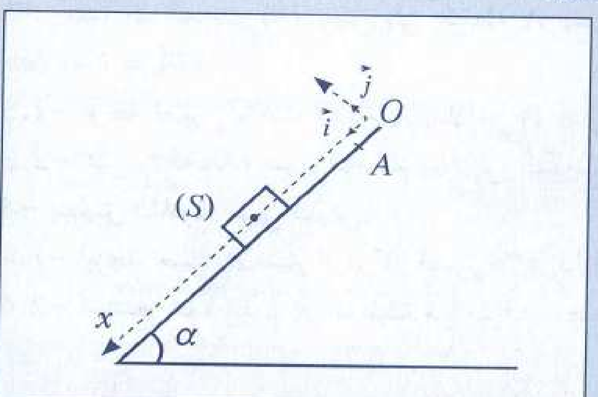
نعطي $g = 10N.kg^{-1}$

كتلة الجسم (S) $m = 500g$.

4- بتطبيق قانون نيوتن II أوجد:

- φ زاوية الاحتكاك.

- شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف السطح.



الحـل

1- طبيعة حركة الجسم (S):

بما أن الطاقة الحركية تبقى ثابتة فإن السرعة أيضا تبقى ثابتة. وبالتالي تكون حركة الجسم (S) مستقيمية منتظمة.

2- حساب السرعة V:

يعبر عن الطاقة الحركية للجسم (S) ب:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

إذن:

$$V = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

ت ع:

$$V = \sqrt{\frac{2.4}{0,5}} = 4m.s^{-1}$$

3- طبيعة التماس:

المجموعة المدروسة: {الجسم (S)}

جرد القوى: $\vec{P}$ و $\vec{R}$

حسب مبرهنة الطاقة الحركية نكتب:

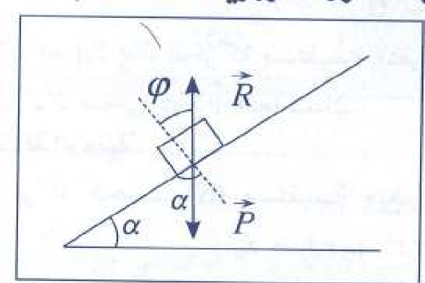
$$\Delta E_c = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

وبما أن $\Delta E_c = 0$ فإن: $W(\vec{R}) = -W(\vec{P})$

بحيث: $W(\vec{P}) > 0$. إذن: $W(\vec{R}) < 0$

وبالتالي التماس بين الجسم (S) والمستوى المائل يتم باحتكاك.

4- تعيين شدة قوى $\vec{R}$ وزاوية الاحتكاك φ:



نطبق القانون الأول لنيوتن لأن $V = C^{te}$:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$$

إذن: $\vec{R} = -\vec{P}$

ومنه: $R = P = mg$

ت ع: $R = 5N$

باعتبار أن القوتين $\vec{P}$ و $\vec{R}$ متقابلتان نستنتج من الشكل أن:

$$\varphi = \alpha = 30°$$

تمرين 10

نعتبر جسما صلبا (S) ذا كتلة $m=200g$ في حركة إزاحة مستقيمية فوق سطح مائل بزاوية α بالنسبة للمستوى الأفقي الشكل –1.
يمثل الشكل 2 مخطط السرعة للجسم (S). (نهمل جميع الاحتكاكات).

1– حدد طبيعة حركة الجسم (S).

2– اكتب المعادلة الزمنية $x(t)$ لحركة مركز قصور الجسم (S) علما أنه يوجد في النقطة O عند اللحظة $t=0s$.

3– علما أن الجسم (S) يصل إلى النقطة A بسرعة V_A حيث: $OA=\ell=6m$.

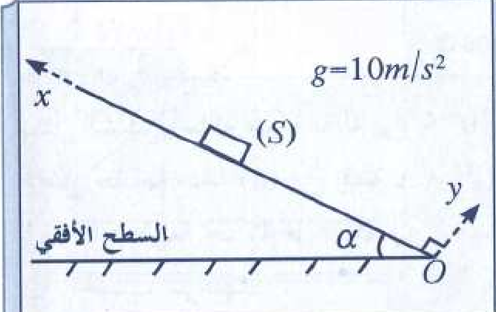
1.3– أوجد تعبير V_A عند النقطة A بدلالة V_0، a و ℓ. احسب V_A.

2.3– عين t_A لحظة وصول الجسم (S) إلى الموضع A.

4– بتطبيق القانون الثاني لنيوتن.

1.4– أوجد تعبير a_x تسارع مركز قصور (S) بدلالة g و α، عين قيمة α.

2.4– استنتج شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف سطح التماس.



الشكل –1

الشكل –2

الحل

1– طبيعة الحركة:

مبيانيا: $a_x = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$

ت.ع: $a_x = \dfrac{2-4}{2-0} = -1m/s^2$

بحيث $a = C^{te}$. إذن الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام (متباطئة)، لأن منحى $\vec{a}$ و $\vec{v}$ متعاكسان.

2– المعادلة الزمنية:

بما أن حركة الجسم (S) مستقيمية متغيرة بانتظام نكتب: $x = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_0 t + x_0$

بحيث: $x_0=0$ و $v_0=4m/s$ و $a_x=-1m/s^2$

إذن: $x = -\frac{1}{2}t^2 + 4t$

1.3– تعبير x_A:

تتميز حركة الجسم (S) بالمعادلتين:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_0 t \\ v = a_x t + v_0 \end{cases}$$

عند النقطة A فإن $x_A = \ell$

ومنه:

$$\begin{cases} \ell = \frac{1}{2}a t_A^2 + v_0 t_A \\ v_A = a t_A + v_0 \end{cases}$$

أي إن: $t_A = \dfrac{v_A - v_0}{a}$

نعوض ونحصل على:

$$\ell = \left[\frac{1}{2}a\left(\frac{v_A - v_0}{a} + v_0\right)\right]\left(\frac{v_A - v_0}{a}\right)$$

$$\ell = \left[\frac{1}{2}(v_A - v_0 + 2v_0)\right]\frac{v_A - v_0}{a}$$

ومنه: $2\ell.a = (v_A + v_0)(v_A - v_0)$

أي إن: $2\ell.a = v_A^2 - v_0^2$

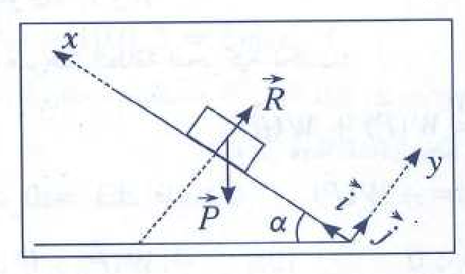
وبالتالي: $v_A = \sqrt{v_0^2 + 2\ell.a}$

ت ع: $v_A = \sqrt{4^2 + 2.6.(-1)} = 2m/s$

2.3– تعيين t_A:

لدينا: $t_A = \dfrac{v_A - v_0}{a} = \dfrac{2-4}{-1} = 2s$

1.4– تعبير a:



المجموعة المدروسة: {الجسم (S)}

الجسم المرجعي: المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

جرد القوى: $\vec{P}$ و $\vec{R}$

حسب القانون II لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$(1)\ \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

$P_x + R_x = ma_x$

$-mg\sin\alpha + 0 = ma_x$

إذن: $a_x = -g\sin\alpha$

ومنه: $\sin\alpha = -\dfrac{a_x}{g}$

ت ع: $\sin\alpha = \dfrac{1}{10} = 0,1$

$\alpha \approx 5,7°$

2.4– استنتاج شدة القوة $\vec{R}$:

بإسقاط العلاقة (1) على المحور oy نحصل على:

$P_y + R_y = ma_y$

$-mg\cos\alpha + R = 0$

$R = mg\cos\alpha$

ت ع: $R = 0,2.10\cos 5,7 \approx 2N$

تمرين II

يتحرك جسم صلب (S) كتلته $m=0,5kg$ تحت تأثير قوة ثابتة $\vec{F}$ حيث يأخذ حركة إزاحة مستقيمية فوق سطح أفقي π (شكل 1).

يعطي الشكل 2 تغيرات سرعة مركز قصور الجسم (S) بدلالة الزمن.

1– حدد قيمة التسارع a_x لهذه الحركة. ما طبيعتها؟

2– مثل متجهة التسارع $\vec{a}$ (سلم: $1cm$ لكل $1ms^{-2}$)

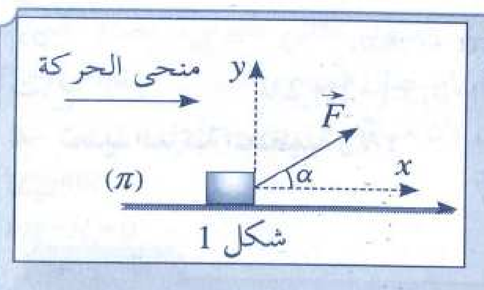
3– بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، عبر عن الشدة f لقوة الاحتكاك التي نعتبرها ثابتة، بدلالة F و α و m و a_x.

احسب f. نعطي: $F=2N$ و $\alpha = 60°$.

4– حدد شدة المركبة المنظمية N للقوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف السطح (π) على الجسم (S) نعطي $g=10m.s^{-2}$.

5– استنتج شدة القوة $\vec{R}$.

6– احسب معامل الاحتكاك k وزاوية الاحتكاك φ.



شكل 1

$V(m/s)$ — 0,8 — 0 — 400 — $t(ms)$

شكل 2

الحـل

1– تحديد التسارع:

بما أن الحركة مستقيمية على المحور ox. الموجه في نفس منحى الحركة.

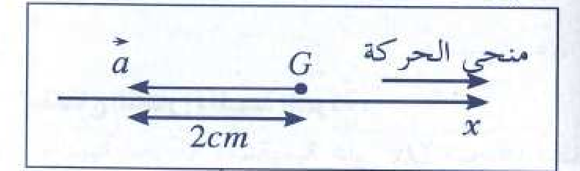
فإن: $\vec{V} = V_x.\vec{i} = V.\vec{i}$ و $\vec{a} = a_x.\vec{i}$

ومنه: $a_x = \dfrac{dV_x}{dt} = \dfrac{dV}{dt}$

مبيانيا الدالة $V=f(t)$ تآلفية

إذن: $a_x = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = \dfrac{0-0,8}{0,400-0} = -2m.s^{-2}$

2– تمثيل $\vec{a}$:



3– تعبير الشدة $\vec{f}$:

يخضع الجسم (S) لتأثير 3 قوى هي وزنه $\vec{P}$ وقوة الجر $\vec{F}$ وتأثير السطح $\vec{R}$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي نعتبره غاليليا نكتب: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

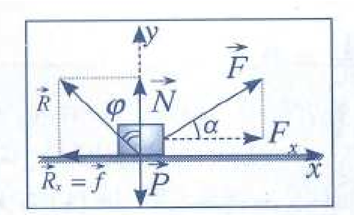
بما أن الجسم في إزاحة مستقيمية فإن لجميع نقطة نفس التسارع $\vec{a}$.

إذن: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m\vec{a}$

نسقط هذه العلاقة على المحور ox ونكتب:

$P_x + F_x + R_x = m.a_x$





باستعمال الشكل أعلاه لدينا:

$O + F.\cos\alpha - \|R_x\| = m.a_x$

$F\cos\alpha - f = m.a_x$

ملحوظة: R_x يمثل أفصول $\vec{R}$ على ox: $Rx<0$

وf شدة قوة الاحتكاك ($f>0$)-حيث: $R_x = -f$

أو: $f = |R_x|$

إذن: $f = F.\cos\alpha - m.a_x$

ت.ع: $f=2.cos60-0,5.(-2)=2N$

4- تحديد المركبة المنظمية لـ $\vec{R}$:

لدينا: $\vec{R} = \vec{f} + \vec{N}$

باستعمال المحور $y'y$ المنظمي على المسار $x'x$ لدينا:

$R_y=N$

نسقط على $y'y$ العلاقة: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m.\vec{a}$

$P_y+F_y+R_y=m.a_y$

لدينا $\vec{a} \perp y'y$ إذن: $a_y=0$

$-P + F.\sin\alpha + N = 0$

$N = mg - F\sin\alpha$

$N=0,5.10-2.sin60°=3,26N$

5- استنتاج الشدة R:

نستنتج من العلاقة $\vec{R} = \vec{f} + \vec{N}$ أن:

$R = \sqrt{f^2 + N^2}$

$R = \sqrt{2^2 + (3,26)^2} = 3,82N$

6- حساب K وφ:

لدينا: $K = \tan\varphi = \frac{f}{N} = \frac{2}{3,26} = 0,61$

إذن: $\varphi = 31°$

تمرين 12

ندرس حركة كرية كتلتها $m=100g$ على مسار أفقي ينتمي للمحور Ox (الشكل 1).

لتبسيط الدراسة نمثل الكرية بنقطة مادية.

نرسل الكرية من الموضع A بطاقة حركية Ec_A، فتأخذ حركة مستقيمية ثم تتوقف عند الموضع B.

النقطة A مطابقة لأصل الأفاصيل على المحور Ox.

نختار لحظة إرسال الكرية من A أصلا للتواريخ ($t=0$).

يمثل الشكل 2 تغيرات سرعة الكرية بين الموضعين A وB بدلالة الأفصول x للكرية.

1- حدد انطلاقاً من هذا المبيان تعبير الدالة $V^2=f(x)$.

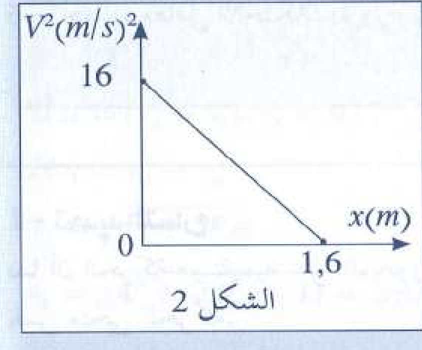
2- استنتج قيمة a_x تسارع الحركة. ما طبيعتها؟

3- حدد لحظة وصول الكرية إلى النقطة B.

4- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، حدد $\|\vec{R_x}\|$ شدة قوة الاحتكاكات التي يطبقها السطح الأفقي على الكرية.

5- بين أن تعبير شدة القوة $\vec{R}$ التي يطبقها السطح على الكرية هو: $R = m\sqrt{g^2 + a_x^2}$

احسب R.



الشكل 1

الشكل 2

الحل

1- تعبير الدالة $V^2=f(x)$:

الدالة تآلفية، إذن: $V^2=Ax+B$

مبيانياً: $A = \frac{\Delta V^2}{\Delta x} = \frac{0-16}{1,6-0} = -10m.s^{-2}$

$B = 16m^2.s^{-2}$

إذن: $V^2=-10x+16$

2- استنتاج التسارع وطبيعة الحركة:

لدينا بالنسبة لحركة مستقيمية على Ox منحاها مطابق



لمنحى هذا المحور:

$a_x = \frac{dV}{dt} = \frac{dV_x}{dt}$ و $V = V_x = \frac{dx}{dt}$

نشتق العبارة: $V^2=Ax+B$ بالنسبة للزمن t فنكتب:

$$2V.\frac{dV}{dt} = A.\frac{dx}{dt} + 0$$

$$2.V.a_x = A.V$$

$$2a_x = A$$

$$a_x = \frac{A}{2} = -5m.s^{-2}$$

الحركة مستقيمية وتسارعها ومنحى التسارع معاكس لمنحى الحركة، إذن فهي حركة مستقيمية متباطئة بانتظام.

3- لحظة وصول الكرية إلى B:

لدينا: $a_x = cte = \frac{dV_x}{dt}$

إذن: $V_x = a_x.t + c$

$c = V_x(t=0) = V_A = \sqrt{16} = 4m/s$

إذن: $V_x=a_x.t+V_A=-10t+4$

تتوقف الكرية عند وصولها إلى الموضع B، إذن:

$$V_B = -10t_B + 4 = 0 \Rightarrow t_B = \frac{4}{10} = 0,4s$$

4- تحديد الشدة $\|\vec{R_x}\|$:

- تخضع الكرية لتأثير القوتين $\vec{P} = m\vec{g}$ و $\vec{R}$.

- نكتب حسب القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a_G}$$

بإسقاط هذه العلاقة على المحور Ox:

$$P_x + R_x = m.a_x$$

$$0 + R_x = m.a_x$$

$$\|\vec{R_x}\| = |R_x| = m|a_x|$$

$$\|\vec{R_x}\| = 0,1.|-5| = 0,5N$$

5- تعبير R:

لدينا: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

حيث: $R_x=ma_x$

بالرجوع إلى القانون الثاني لنيوتن، نحدد المركبة المنظمة R_y باستعمال المحور Oy: $P_y+R_y=ma_y$

لدينا: $a_y=0$ لأن المتجهة $\vec{a}$ عمودية على Oy.

ولدينا: $P_y=-mg$

إذن: $-mg+R_y=0$

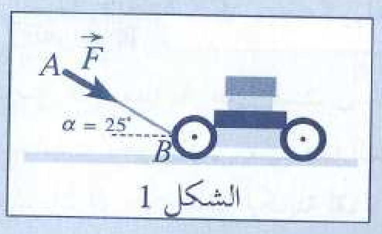
أي: $R_y=mg$

وبالتالي: $R = \sqrt{(ma_x)^2 + (mg^2)} = m\sqrt{a_x^2 + g^2}$

ت.ع: $R = 0,1\sqrt{(-5)^2 + 10^2} \simeq 1,15N$

تمرين 13

حركة آلة قص العشب



الشكل 1

يتطرق هذا التمرين إلى دراسة حركة آلة قص العشب (tondeuse à gazon) على أرضية أفقية.

تتحـرك هذه الآلة تحت مفعول قـوة دفع ثابتة متجهتهـا ثابتة $\vec{F}$، يطبقها عامل.

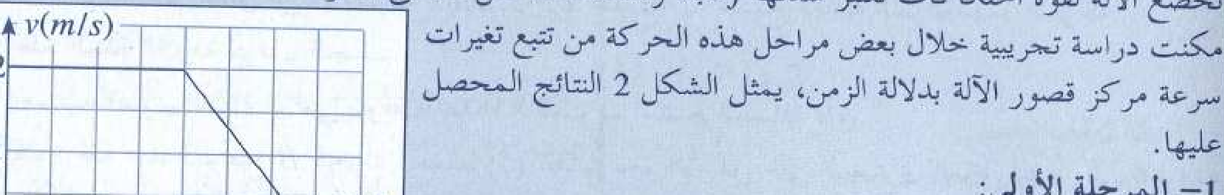
اتجاه القوة $\vec{F}$ مطابق لاتجاه المقبض AB ويكون زاوية $\alpha = 25°$ مع الاتجاه الأفقي (الشكل 1).

كتلة الآلة $m=20kg$ ، شدة قوة الدفع $F=80N$

تتحرك الآلة في اتجاه أفقي، بحيث تكون حركتها مركز قصورها G مطابقة لاتجاه المحور الأفقي Ox.

تخضع الآلة لقوة احتكاكات نعتبر شدتها f ثابتة ومنحاها معاكس لمنحى الحركة.

مكنت دراسة تجريبية خلال بعض مراحل هذه الحركة من تتبع تغيرات سرعة مركز قصور الآلة بدلالة الزمن، يمثل الشكل 2 النتائج المحصل عليها.



الشكل 2



1- المرحلة الأولى:

1.1- باستعمال الشكل 2، عين طبيعة الحركة خلال المرحلة المحصورة بين اللحظتين $t_0=0$ و $t=t_1$.

2.1- استنتج المسافة d_1 المقطوعة خلال هذه المرحلة.



3.1- بين أن تعبير الشدة f يمكن أن يكتب على الشكل التالي: $f = F\cos\alpha$ ثم احسب f.

2. المرحلة الثانية:

عند اللحظة t_1 يزيل العامل مفعول القوة الدافعة $\vec{F}$ فتتوقف الآلة عند اللحظة t_2.

1.2- ما طبيعة الحركة خلال المرحلة الثانية؟

2.2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد تعبير تسارع الحركة a_x خلال هذه المرحلة بدلالة f و m. احسب a_x

3.2- حدد المدة $\Delta t = t_2 - t_1$

الحل

1- المرحلة الأولى:

1.1- طبيعة الحركة:

حركة مستقيمية منتظمة لأن V ثابتة.

2.1- حساب المسافة d:

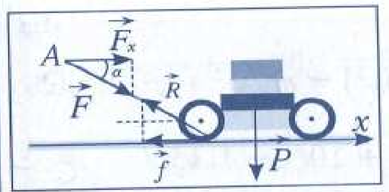
باستعمال المعادلة الزمنية للحركة، لدينا:

$x = V.t + x_0$

إذن: $d_1=(x-x_0)=V.(t_1-0)=V.t_1=2.8=16m$

3.1- تعبير f:

باستعمال القانون الثاني لنيوتن أو القانون الأول لنيوتن (مبدأ القصور)



نكتب: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$

باستعمال المحور Ox: $P_x+R_x+F_x=0$

$0 - f + F.\cos\alpha = 0$

$f = F.\cos\alpha = 80.\cos 25 = 72,5N$

2. المرحلة الثانية:

1.2- طبيعة الحركة:

مستقيمية متباطئة بانتظام لأن $V=f(t)$ دالة تآلفية تناقصية.

2.2- تعبير a_x:

حسب القانون الثاني لنيوتن نكتب:

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a_G} = m\vec{a}$

بإسقاط هذه العلاقة على المحور Ox: $0-f=m.a_x$

$a_x = -\dfrac{f}{m} = -\dfrac{72,5}{20} = -3,625 m/s^2$

3.2- حساب المدة:

نستعمل العلاقة التالية:

$a_x = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$

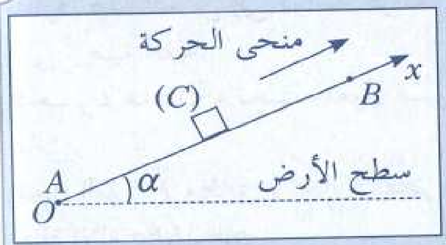
$\Delta t = \dfrac{\Delta V}{a_x} = \dfrac{0-2}{-3,625} \simeq 0.55s$



تمرين 14

نرسل من نقطة A على مستوى مائل جسماً نعتبره نقطياً، فيأخذ حركة مستقيمية نحو الأعلى على هذا المستوى (الشكل).

نعتبر أن الاحتكاكات مكافئة لقوة $\vec{f}$ ثابتة معاكسة لمنحى الحركة.



1- بين باستعمال القانون الثاني لنيوتن أن تسارع الحركة هو:

$$a_x = -g\sin\alpha - \frac{f}{m}$$

2- احسب a_x. نعطي $m=200g$ و $g=10m/s^2$ و $f=0,3N$ و $\alpha = 30°$

3- علماً أن الجسم ينطلق من A بسرعة $V_0=5,2m/s$ عند $t=0$، استنتج معادلة السرعة لهذه الحركة.

4- حدد المدة اللازمة لتوقف الجسم.

5- احسب أفصول النقطة B التي يتوقف عندها الجسم ثم استنتج المسافة AB.

6- بعد توقفه عند الموضع B يتحرك الجسم (S) تلقائياً نحو الأسفل على المستوى المائل ليصل إلى الموضع A بالسرعة V'_A.

1.6- عبر عن منظم التسارع a' للحركة من B إلى A بدلالة g و α و f و m. احسب a'. ما طبيعة الحركة؟

2.6- أوجد السرعة V'_A.

الحـــل

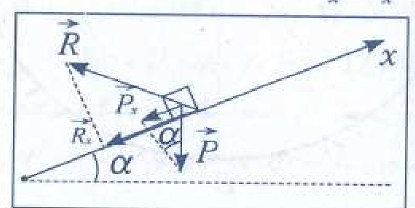
1- اثبات تعبير a_x:

يخضع الجسم (S) على المستوى المائل، بعد إرساله من الموضع إلى تأثير قوتين: وزنه $\vec{P}$ والقوة $\vec{R}$ التي يطبقها عليه السطح المائل.

نطبق على (S) القانون الثاني لنيوتن في معلم مرتبط بالأرض الذي نعتبره غاليلياً ونكتب: $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

لدينا باسقاط هذه العلاقة على المحور ox:

$P_x+R_x=m.a_x$



باستعمال الشكل أعلاه: $P_x<0$ و $R_x<0$

$$\sin\alpha=\frac{|P_x|}{P}=-\frac{P_x}{P}=-\frac{P_x}{mg}$$

$$P_x=-mg\sin\alpha$$

$R_x=-f$ حيث f: شدة القوة المقرونة بتأثير الاحتكاكات.

إذن:

$$-mg\sin\alpha-f=m.a_x$$

يعني:

$$a_x=-g\sin\alpha-\frac{f}{m}$$

2- حساب a_x:

$$a_x=-10.\sin 30°-\frac{0,3}{0,2}=-6,5ms^{-2}$$

3- معادلة السرعة:

لدينا حركة مستقيمية تسارعها ثابت:

$$\frac{dV_x}{dt}=a_x$$

وبما أن $a_x=cte$ فإن:

$V_x=a_x.t+c$

وبما أن $V_x>0$ فإن $V_x=V$ وباستعمال الشروط البدئية حيث لدينا $V=5,2m.s^{-1}$ عند $t=0$.

نكتب:

$V=a_x.t+V_0$

$V=-6,5t+5,2$

4- لحظة توقف الجسم:

يتوقف الجسم عندما تنعدم سرعته.

بتعويض $V=0$ في المعادلة السابقة لدينا:

$V=0=a_xt+V_0$

$$t=-\frac{V_0}{a_x}=\frac{-5,2}{-6,5}=0,8s$$

5- أفصول النقطة التوقف B:

لتحديد أفصول x نستعمل المعادلة الزمنية $x(t)$ والتي تمثل الدالة الأصلية للسرعة $V(t)$:

$$\frac{dx}{dt}=V(t)=a_x.t+V_0$$

يعني: $x=\frac{1}{2}a_x.t^2+V_0.t+c$

عند $t=0$ لدينا $x=0$ إذن $c=0$ وبالتالي:

$x=-3,25t^2+5,2t$

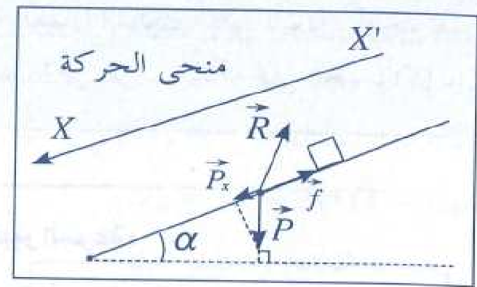
لدينا عند النقطة B: $x=x_B$ و $t=t_B=0,8s$

$x_B=-3,25(0,8)^2+5,2.0,8=2,08m$

المسافة AB:

$AB=x_B-x_A=2,08-0=2,08m$

1.6- تحديد التسارع a':



نستعمل القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a'}$

باسقاط هذه العلاقة على المحور $X'X$ المطابق لمنحى الحركة:

$$mg\sin\alpha-f=m.a'$$

$$a'_x=g\sin\alpha-\frac{f}{m}$$

$a'_x=5-1,5=3,5m/s^2$

للمتجهة $\vec{a'}$ نفس منحى الحركة، إذن:

حركة G مستقيمية متسارعة بانتظام.

2.6- استنتاج V'_A:

$a'=3,5m.s^{-2}$

معادلة السرعة: $V'=a't+Cte$

نتخذ كأصل جديد للتواريخ انطلاق (S) من B.

حيث $V_B=0$ إذن: $V'=a't$

وباتخاذ النقطة B أصلاً جديداً للأفاصيل X خلال هذه المرحلة نكتب:

$$X=\frac{1}{2}a't^2$$



باستعمال هذه النظمة لدينا

$$\begin{cases} t = \dfrac{V'}{a'} \\ X = \dfrac{1}{2}a't^2 = \dfrac{1}{2}a'.\left(\dfrac{V'}{a'}\right)^2 = \dfrac{V'^2}{2a'} \end{cases}$$

$V'^2 = 2a'X$

$V'^2_B = 2a'X_B$

$V'^2_B = 2a'BA$

$V'_B = \sqrt{2.a'.AB}$

$V'_B = \sqrt{2(3,5)(2,08)} = 3,81 m.s^{-1}$

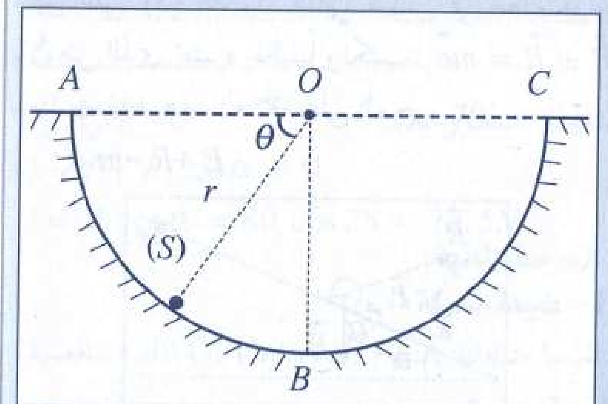
تمرين 15

ينزلق جسم (S)، نماثله بنقطة مادية، كتلته $m=10g$ فوق سكة ABC كروية شعاعها $r=125cm$ ومركزها O. (الشكل المرافق)

عند اللحظة $t=0$ نطلق الجسم (S) من النقطة A بدون سرعة بدئية ونمعلم موضعه بالأفصول الزاوي θ.

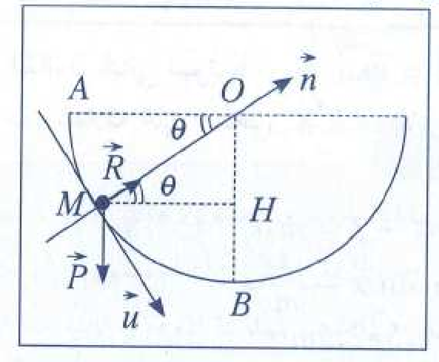
1- باستعمال مبرهنة الطاقة الحركية، أوجد تعبير السرعة V_M للجسم (S) عند النقطة M بدلالة r، θ و g.

2- باستعمال القانون الثاني لنيوتن، أوجد تعبير شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف السكة على الجسم (S) بدلالة θ، m و g. احسب قيمتها في النقطة B. نعطي $g=10N.kg^{-1}$.



الحل

1- تعبير السرعة:



جرد القوى: $\vec{P}$ و $\vec{R}$

حسب مبرهنة الطاقة الحركية: $\Delta E_C = \sum W(\vec{F})$

$$\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W_{A\to M}(\vec{P}) + W_{A\to M}(\vec{R})$$

مع: (احتكاكات مهملة) $W_{A\to M}(\vec{R}) = 0$

$$W(\vec{P}) = mgh = mgr\sin\theta$$

إذن: $\frac{1}{2}\cancel{m}V_M^2 = \cancel{m}gr\sin\theta$

$$V_M = \sqrt{2gr\sin\theta}$$

2- تعبير شدة القوى $\vec{R}$:

حسب القانون II لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

باعتماد معلم فريني، وبالإسقاط على المركبة المنظمية $\left(a_M = \frac{V_M^2}{r}\right)$ نجد:

$$\%\vec{n}: \quad -mg\sin\theta + R = ma_M$$

إذن: $R = mg\sin\theta + \frac{V_M^2}{r}$

$$R = mg\sin\theta + 2mg\sin\theta$$

$$R = 3mg\sin\theta$$

حساب قيمة R في النقطة B بحيث $\theta = \frac{\pi}{2}$،

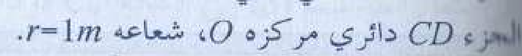
إذن: $R_B = 3mg\sin\frac{\pi}{2}$

$R = 3 .10.10^{-3}.10 = 0,3N$

تمرين 16

يتحرك جسم صلب (S)، نماثله بنقطة مادية، كتلته $m=500g$ على مسار $ABCD$ دون احتكاك.

الجزء AC مستقيمي أفقي.



الجزء CD دائري مركزه O، شعاعه $r=1m$.

على طول المسار AB نطبق قوة $\vec{F}$ شدتها ثابتة، نضع $AB = \ell = \frac{3}{2}r$.

السرعة البدئية للجسم (S) منعدمة.

1- حدد بدلالة F، ℓ و m تعبير V_B السرعة للجسم (S) عند النقطة B.

2- نعتبر النقطة M بحيث $\theta = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM})$.

1.2- أوجد بدلالة F، r، m، θ و g قيمة V_M سرعة الجسم (S) عند النقطة M.

2.2- شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف السطح.

3- استنتج بدلالة m، g القيمة الدنوية F_0 لـ F لكي يصل الجسم (S) إلى النقطة D. احسب F_0. نعطي $g=10m.s^{-2}$.

الحل

1- تعبير V_B:

المجموعة المدروسة: $\{(S) \text{ الجسم}\}$

جرد القوى: $\vec{P}$ و $\vec{R}$ و $\vec{F}$

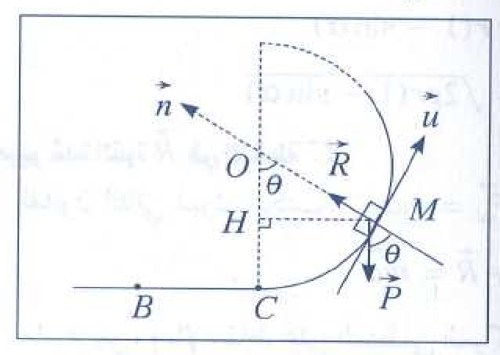
حسب مبرهنة الطاقة الحركية: $\Delta E_C = \sum W(\vec{F})$

$$E_C(B) - E_C(A) = \underset{A\to B}{W(\vec{p})} + \underset{A\to B}{W(\vec{R})} + \underset{A\to B}{W(\vec{F})}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = 0 + 0 + F.\ell$$

إذن: $v_B = \sqrt{\frac{2F.\ell}{m}}$

1.2- تعبير V_M:



جرد القوى: $\vec{P}$ و $\vec{R}$

حسب مبرهنة الطاقة الحركية.

$$E_C(M) - E_C(B) = \underset{B\to M}{W(\vec{P})} + \underset{B\to M}{W(\vec{R})}$$

مع: $\underset{B\to M}{W(\vec{P})} = -mgh = -mgr(1-\cos\theta)$

إذن: $\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -mgr(1-\cos\theta)$

$$v_M^2 = v_B^2 - 2gr(1-\cos\theta)$$

نعوض v_B بتعبيرها السابق ونحصل على:

$$v_M = \sqrt{\frac{2F.\ell}{m} - 2gr(1-\cos\theta)}$$

$$v_M = \sqrt{\frac{3F.r}{m} - 2gr(1-\cos\theta)}$$

2.2- تعبير شدة القوة R:

نطبق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

نسقط العلاقة على المركبة $\vec{n}$ لمعلم فريني فنحصل على:

$$P_n + R_n = ma_n$$

$$-mg\cos\theta + R = m\frac{v_M^2}{r}$$

$$R = mg\cos\theta + \frac{m}{r}\left[\frac{3F.r}{m} - 2gr(1-\cos\theta)\right]$$

$$R = 3F + mg\cos\theta - 2mg + 2mg\cos\theta$$

$$R = 3F + mg(3\cos\theta - 2)$$

3- استنتاج تعبير F_0:

القيمة الدنوية F_0 للقوة $\vec{F}$ توافق وصول الجسم (S) إلى النقطة D، حيث:

تصبح $R=0$ و $\theta = \pi$



وبالتالي: $3F_0 + mg(2\cos\pi - 2) = 0$

$3F_0 - 5mg = 0$

$F_0 = \frac{5}{3}mg$

ت ع: $F_0 = \frac{5}{3}.0,5.10$

$F_0 = 8,33N$

تمرين 17

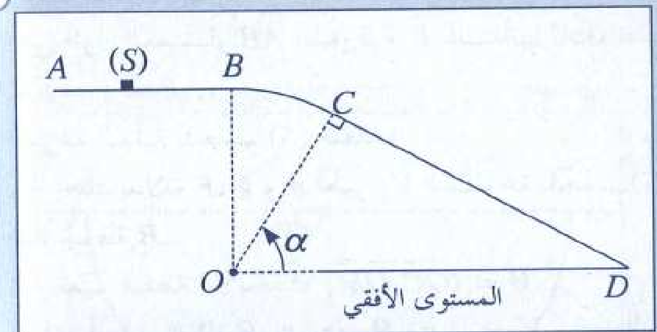
ينزلق جسم صلب (S)، ذو كتلة $m=0,2kg$، فوق سكة $ABCD$ تتكون من 3 أجزاء.

– AB جزء مستقيمي أفقي.

– BC جزء دائري شعاعه $r=1m$ ذو مركز O.

– CD جزء مستقيمي مائل بالنسبة للمستوى الأفقي.

يتحرك الجسم (S) من النقطة A بسرعة $V_A=1m/s$ فيصل إلى B بسرعة منعدمة.



1– احسب شغل القوة $\vec{R}$، ماذا تستنتج؟

2– على الجزأين BC و CD نهمل الاحتكاكات، أوجد تعبير السرعة V_C للجسم (S) عند النقطة C بدلالة r، α و g.

3– أوجد تعبير القوة R بدلالة r، g، m و α.

4– عين القيمة الدنوية α_0 للزاوية α كي ينتقل الجسم (S) إلى الجزء CD دون أن يغادر السكة.

نعطي $g=10m/s^2$.

5– عين، بالنسبة ل $\alpha > \alpha_0$، تعبير V_D بدلالة g و r. احسب V_D.

الحل

1– حساب شغل القوى $\vec{R}$:

المجموعة المدروسة {الجسم S}

جرد القوى: $\vec{P}$ و $\vec{R}$

حسب مبرهنة الطاقة الحركية $\Delta E_C = \sum W(\vec{F})$

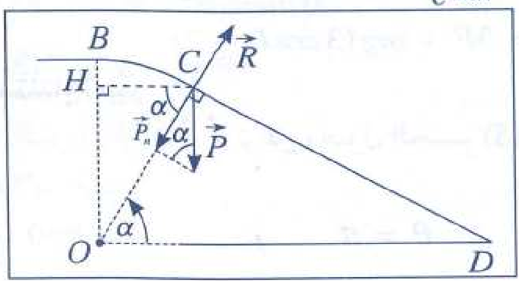
$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{R})$

إذن: $W_{A\to B}(\vec{R}) = -\frac{1}{2}mv_A^2$

$= -\frac{1}{2}.0,2.1^2 = -0,1J$

بما أن $W(\vec{R}) < 0$ فإن التماس بين الجسم (S) والسطح يتم باحتكاك.

2– تعبير V_C:



بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين B و C

نكتب: $E_C(C) - E_C(B) = W_{B\to C}(\vec{P}) + W_{B\to C}(\vec{R})$

$\frac{1}{2}mV_C^2 = mgh$

مع: $h=BH=OB-OH$

$h = r(1 - \sin\alpha)$

إذن: $V_C = \sqrt{2gr(1 - \sin\alpha)}$

3– تعبير شدة القوة $\vec{R}$ في النقطة C:

حسب القانون الثاني لنيوتن نكتب: $\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

باعتبار معلم فريني، وبالإسقاط على المنظمي المركزي، نحصل على: $P_n+R_n=ma_n$

$mg\sin\alpha - R = \frac{mV_C^2}{r}$

$R = mg\sin\alpha - \frac{m}{r}(2gr(1 - \sin\alpha))$



إذن: $R = mg[3\sin\alpha - 2]$

4– تعيين α_0 **:**

كي ينتقل الجسـم (S) إلى السكة CD دون أن يغادر يجب أن تكون $R>0$

إذن: $mg(3\sin\alpha - 2) > 0$، أي إن: $\sin\alpha > \frac{2}{3}$

وبالتالي القيمة الدنوية توافق $\sin\alpha_0 = \frac{2}{3}$، وتوافق:

$\alpha_0 = 41,8°$

5– تعبير V_D **:**

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين B و D

$$E_C(D) - E_C(B) = \underset{B \to D}{W(\vec{P})} + \underset{B \to D}{W(\vec{R})}$$

$$\frac{1}{2} \not{m} V_D^2 = \not{m} g r$$

$$V_D = \sqrt{2gr}$$

ت ع: $V_D = \sqrt{2.10.0,1} = \sqrt{2} \simeq 1,41 m/s$